3. Deducir la ecuación ordinaria $\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$ a partir de la definición de hipérbola.

4. Desarrollar una discusión completa de la ecuación ordinaria

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1.$$

5. Demostrar un procedimiento para obtener, con escuadras y compás, puntos de una hipérbola, dados los focos y la longitud de su eje transverso.

En cada uno de los ejercicios 6-9, para la ecuación dada de la hipérbola, hállese las coordenadas de los vértices y focos, las longitudes de los ejes transverso y conjugado, la excentricidad y la longitud de cada lado recto. Trácese y discútese el lugar geométrico.

6. $9x^2 - 4y^2 = 36.$

8. $9y^2 - 4x^2 = 36.$

7. $4x^2 - 9y^2 = 36.$

9. $x^2 - 4y^2 = 4.$

10. Los vértices de una hipérbola son los puntos $V(2, 0)$, $V'(-2, 0)$, y sus focos son los puntos $F(3, 0)$, $F'(-3, 0)$. Hallar su ecuación y su excentricidad.

11. El centro de una hipérbola está en el origen, y su eje transverso está sobre el eje Y . Si un foco es el punto $(0, 5)$ y la excentricidad es igual a 3, hállese la ecuación de la hipérbola y la longitud de cada lado recto.

12. Los extremos del eje conjugado de una hipérbola son los puntos $(0, 3)$ y $(0, -3)$, y la longitud de cada lado recto es 6. Hallar la ecuación de la hipérbola y su excentricidad.

13. Los vértices de una hipérbola son $(0, 4)$, $(0, -4)$, y su excentricidad es igual a $\frac{3}{2}$. Hallar la ecuación de la hipérbola y las coordenadas de sus focos.

14. Una hipérbola tiene su centro en el origen y su eje transverso sobre el eje X . Hallar su ecuación sabiendo que su excentricidad es $\frac{1}{2}\sqrt{6}$ y que la curva pasa por el punto $(2, 1)$.

15. Una hipérbola tiene su centro en el origen y su eje conjugado está sobre el eje X . La longitud de cada lado recto es $\frac{2}{3}$, y la hipérbola pasa por el punto $(-1, 2)$. Hallar su ecuación.

16. Hallar la ecuación de la hipérbola que pasa por los puntos $(3, -2)$ y $(7, 6)$, tiene su centro en el origen y el eje transverso coincide con el eje X .

En cada uno de los ejercicios 17-19, usando la definición de hipérbola, hallar la ecuación de dicha curva a partir de los datos dados. Mediante un cambio de coordenadas, poner la ecuación en la primera forma ordinaria.

17. Focos $(-7, 3)$, $(-1, 3)$; longitud del eje transverso = 4.

18. Vértices $(1, 4)$, $(5, 4)$; longitud del lado recto = 5.

19. Vértices $(3, 4)$, $(3, -2)$; excentricidad = 2.

20. Demostrar que la longitud del eje conjugado de una hipérbola es media proporcional entre las longitudes de su eje transverso y su lado recto.

21. Si k es un número cualquiera diferente de cero, demostrar que la ecuación $3x^2 - 3y^2 = k$ representa una familia de hipérbolas de excentricidad igual a $\sqrt{2}$.